

# I. ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА РІВНЯННЯ

## A. Формули скороченого множення

$$1. (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$2. (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$3. a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$4. (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

## B. Степені та корені

$$5. a^k \cdot a^n = a^{k+n}$$

$$6. a^k : a^n = a^{k-n}$$

$$7. a^0 = 1, a \neq 0$$

$$8. (a^k)^n = a^{kn}$$

$$9. (ab)^n = a^n b^n$$

$$10. a^{-n} = \frac{1}{a^n}; a \neq 0$$

$$11. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$$

$$12. \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}, a > 0$$

$$13. \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$14. \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$15. \sqrt{x^2} = |x|$$

## B. Лінійні рівняння $ax=b$

Якщо  $a \neq 0$ , то  $x = \frac{b}{a}$ ; якщо  $a=b=0$ , то  $x$  — будь-яке число;

якщо  $a=0$ , а  $b \neq 0$ , то розв'язків немає ( $\emptyset$ ).

## Г. Квадратні рівняння $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac$$

1) Якщо  $D > 0$  — 2 розв'язки

2) Якщо  $D = 0$  — 1 розв'язок

$$\left( x = -\frac{b}{2a} \right)$$

3) Якщо  $D < 0$  — розв'язків немає

D	$y = ax^2 + bx + c$	
	$a > 0$	$a < 0$
1) $D > 0$		
2) $D = 0$		
3) $D < 0$		

## II. ПРОГРЕСІЙ

Формули	<b>A. Арифметична прогресія</b> $a_1, a_2, \dots, a_n$	<b>Б. Геометрична прогресія</b> $b_1, b_2, \dots, b_n, q \neq 0$
Формула $n$ -го члена прогресії	<b>1.</b> $a_n = a_1 + d(n-1)$	<b>1.</b> $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Характеристична властивість прогресії	<b>2.</b> $a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$	<b>2.</b> $b_k = \pm \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$
Сума $n$ перших членів прогресії	<b>3.</b> $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ , або <b>4.</b> $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$	<b>3.</b> $S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1-q}$ , або <b>4.</b> $S_n = \frac{b_1 (1 - q^n)}{1-q}$
Сума нескінченної спадної геометричної прогресії		<b>5.</b> $S = \frac{b_1}{1-q}$

### B. Координати

1. Нехай дано точки  $A(x_1; y_1; z_1)$  і  $B(x_2; y_2; z_2)$ , тоді середина

$$\text{відрізка } AB — \text{ точка } O\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

2. Нехай дано точки  $A(x_1; y_1; z_1)$  і  $B(x_2; y_2; z_2)$ , тоді довжина

$$\text{відрізка } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

3. Точки, симетричні точці  $A(x; y; z)$ : відносно площини  $xOy$  —  $A_1(x; y; -z)$ ; відносно початку координат —  $A_2(-x; -y; -z)$

4. Рівняння кола:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ , де  $a \geq 0, b \geq 0$

5. Рівняння сфери:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ ,  
де  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$

### III. ГРАФІКИ

<p><b>1.</b> <math>y = kx + b</math></p> <p>a) <math>k &gt; 0</math> <math>b &gt; 0</math></p>	<p><b>2.</b> <math>y = kx + b</math></p> <p>a) <math>k &gt; 0</math> <math>b &gt; 0</math></p>	<p><b>3.</b> <math>y = kx + b</math></p> <p>a) <math>a &gt; 1</math></p>	<p><b>4.</b> <math>y = \log_a x</math></p> <p>b) <math>0 &lt; a &lt; 1</math></p>
<p><b>5.</b> <math>y = b</math></p> <p><math>k = 0</math> <math>b &gt; 0</math></p>	<p><b>6.</b> <math>y = x^3</math></p>	<p><b>7.</b> <math>y =  x </math></p>	
<p><b>8.</b> <math>x = a</math></p> <p><math>a &gt; 0</math></p>	<p><b>9.</b> <math>y = \sin x</math></p>	<p><b>10.</b> <math>y = \cos x</math></p>	
<p><b>11.</b> <math>y = \frac{k}{x}</math>,</p> <p><math>k &gt; 0</math></p>	<p><b>12.</b> <math>(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2</math></p> <p><math>a &gt; 0,</math> <math>b &gt; 0</math></p>		

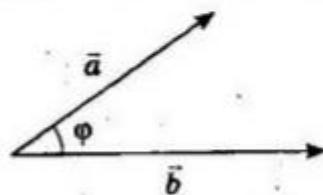
#### IV. ВЕКТОРИ

1. Нехай задано точки  $A(a_1; a_2)$  і  $B(b_1; b_2)$ ,  
тоді  $\overrightarrow{AB}(b_1 - a_1; b_2 - a_2)$
2. Нехай задано точки  $A(a_1; a_2)$  і  $B(b_1; b_2)$ ,  
тоді довжина вектора  $\overrightarrow{AB}$ :  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$
3. Вектори  $\vec{a}(a_1; a_2)$  і  $\vec{b}(b_1; b_2)$  колінеарні тоді й тільки тоді, коли  
 $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \lambda$ , якщо  $b_1 \neq 0, b_2 \neq 0$
4.  $\vec{a}(a_1; a_2) = \vec{b}(b_1; b_2)$  тоді й тільки тоді, коли  $a_1 = b_1; a_2 = b_2$
5.  $\vec{a}(a_1; a_2) \pm \vec{b}(b_1; b_2) = (\overline{a_1 \pm b_1}; \overline{a_2 \pm b_2})$
6.  $\vec{a}(a_1; a_2) = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2$ , где  $\vec{e}_1$  і  $\vec{e}_2$  — одиничні, взаємно  
перпендикулярні вектори (орті)

#### Скалярний добуток векторів

7.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$       Із формул 7, 8 випливають  
або

8.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$ ,      9.  $\cos \varphi = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$   
де  $\varphi$  — кут між векторами



10.  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cos 0^\circ = a^2$

11.  $(\vec{a} \perp \vec{b}) \Leftrightarrow (|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0)$

Аналогічно для тривимірного простору

## V. ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ТРИГОНОМЕТРІЇ

**A.** 1.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2.  $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

3.  $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$

4.  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1, \alpha \neq \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

**B.** 1.  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

2.  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

3.  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

**B.** 1.  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$

2.  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$

3.  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

**Г.** 1.  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

2.  $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

3.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

**Д.** 1.  $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$

2.  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

3.  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

**Е.** 1.  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$

2.  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$

3.  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$

## VI. РОЗВ'ЯЗАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ

**1.** Значення арксинуса й арккосинуса деяких чисел

$a$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\arcsin a$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$
$\arccos a$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0	$\pi$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$

$$2. \arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}$$

$$3. \arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$4. \arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$-1 \leq a \leq 1$	$a=0$	$a=1$	$a=-1$
<b>5.</b> Розв'язання рівнянь виду $\cos x = a$			
$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
<b>6.</b> Розв'язання рівнянь виду $\sin x = a$			
$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi l, l \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

**7.** Значення арктангенса й арккотангенса деяких чисел

$a$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\arctg a$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$

$$8. \operatorname{arcctg} a + \arctg a = \frac{\pi}{2}$$

$$9. \operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

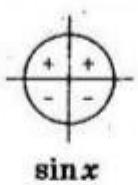
$$10. \arctg(-a) = -\arctg a$$

**11.** Розв'язання рівнянь виду  $\operatorname{tg} x = a, a \in \mathbb{R} : x = \arctg a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

**12.** Розв'язання рівнянь виду  $\operatorname{ctg} x = a, a \in \mathbb{R} : x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

## VII. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

### A. Знаки тригонометричних функцій



### B. Правила вираження тригонометричних функцій кутів $\frac{\pi}{2}k \pm \alpha$ ,

$k \in \mathbb{Z}$ , через тригонометричні функції кута  $\alpha$

При відхиленні кута  $\alpha$  від вертикалі  $\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha$  або  $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right)$  функція змінюється на кофункцію ( $\sin$  на  $\cos$ ,  $\tg$  на  $\ctg$  і навпаки). При відхиленні кута від горизонталі ( $\pi \pm \alpha$  або  $2\pi \pm \alpha$ ) функція не змінюється. Перед наведеною функцією ставиться знак чверті вихідної функції. *Наприклад*,  $\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha$ ;  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha$ ;  $\tg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\ctg \alpha$ ;  $\ctg(2\pi - \alpha) = -\ctg \alpha$ .

### C. Періодичність

Для функцій  $y = \sin x$  і  $y = \cos x$  найменший додатний період  $T = 2\pi$  ; для функцій  $y = \tg x$  і  $y = \ctg x$  —  $T = \pi$  .

### D. Парність

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha, \cos(-\alpha) = \cos \alpha, \tg(-\alpha) = -\tg \alpha, \ctg(-\alpha) = -\ctg \alpha$$

### E. Значення тригонометричних функцій деяких кутів

$\alpha$ , град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\alpha$ , рад	$0$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	$\pi$
$\sin \alpha$	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$	0
$\cos \alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$	0	$-1/2$	$-1/\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}/2$	-1
$\tg \alpha$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-1/\sqrt{3}$	0
$\ctg \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0	$-1/\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

З ауваження .  $1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$  ;  $1/\sqrt{3} = \sqrt{3}/3$

## VIII. КОМБІНАТОРИКА. БІНОМ НЬЮТОНА. ТЕОРІЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

<b>A.</b> Розміщення (не всі елементи, важливий порядок)	1. $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1)$	2. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$
<b>B.</b> Перестановки (використовуються всі елементи)	1. $P_n = n!$ , $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot n$	
<b>C.</b> Комбінацій (не всі елементи, порядок елементів не важливий)	1. $C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$	2. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

### Г. Властивості комбінацій

1.  $C_n^k = C_n^{n-k}$
2.  $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$
3.  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$

### Д. Біном Ньютона

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n,$$

де  $k+1$  — елемент розкладання  $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$

### Е. Імовірність події A

$P(A) = \frac{m}{n}$ , де  $n$  — число всіх можливих випадків події A,  
а  $m$  — число сприятливих наслідків цієї ж події A

## IX. ПОХІДНІ

### A. Правила диференціювання

- |                             |                                                          |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1. $(u \pm v)' = u' \pm v'$ | 4. $\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ |
| 2. $(uv)' = u'v + uv'$      | 5. $(uvw)' = u'vw + uv'w + uwv'$                         |
| 3. $(cu)' = cu'$            | 6. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$                   |

7. Рівняння дотичної:  $y = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$ .  
 $y'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$ , де  $\alpha$  — кут, який утворює з додатним напрямком осі  $Ox$  дотична до графіка функції  $y(x)$  у точці з абсцисою  $x_0$ .

### B. Таблиця похідних

№ п/п	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	№ п/п	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
1	$C$	0	11	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
2	$x$	1	12	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
3	$x^2$	$2x$	13	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
4	$x^n$	$nx^{n-1}$	14	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
5	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	15	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
6	$\sqrt[n]{x^k} = x^{\frac{k}{n}}$	$\frac{k}{n} x^{\frac{k-1}{n}}$	16	$e^x$	$e^x$
7	$\frac{1}{x^k} = x^{-k}$	$-kx^{-k-1}$	17	$a^x$	$a^x \ln a$
8	$\sin x$	$\cos x$	18	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
9	$\cos x$	$-\sin x$	19	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
10	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	20	$ x $	$\begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0 \\ 0, & \text{якщо } x = 0 \\ -1, & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$

## Х. ІНТЕГРУВАННЯ

### A. Таблиця первісних і невизначених інтегралів

№ п/п	$f(x)$	$F(x) = \int f(x)dx$	№ п/п	$f(x)$	$F(x) = \int f(x)dx$
1	1	$x+C$	8	$\sin x$	$-\cos x+C$
2	$k$	$kx+C$	9	$\cos x$	$\sin x+C$
3	$x$	$\frac{x^2}{2}+C$	10	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x+C$
4	$x^n (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	11	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x+C$
5	$\frac{1}{x}$	$\ln x +C$	12	$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\arcsin \frac{x}{a}+C, a>0$
6	$e^x$	$e^x+C$	13	$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}+C, a \neq 0$
7	$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a}+C$	14	$\frac{1}{a^2-x^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right +C, a>0$

### B. Правила інтегрування

1.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$       2.  $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} F(kx+b)+C$

3. Інтегрування частинами:  $\int uv'dx = uv - \int vu'dx$

### C. Визначений інтеграл

4.  $\int_a^a f(x)dx = 0$       5.  $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$

6.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, a < c < b$

7.  $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ , якщо  $f(x)$  непарна, неперервна

8.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  — формула Ньютона — Лейбніца

9.  $S = \int_a^b f(x)dx$ , де  $f(x)$  — неперервна додатна функція — площа фігури, обмеженої лініями  $y=f(x), y=0, x=a, x=b$

## XI. ЛОГАРИФМИ

### A. Означення

1. *Логарифмом*  $\log_a b = c$  називається таке число  $c$ , що  $a^c = b$ , де  $b > 0$ ,  $a > 0$ ;  $a \neq 1$ .
2. *Десятковим логарифмом* називається логарифм, основа якого дорівнює 10.

$$\log_{10} b = \lg b$$

3. *Натуральним логарифмом* називається логарифм, основа якого дорівнює  $e$ .

$$\log_e b = \ln b$$

### B. Властивості

$a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ .

1.  $a^{\log_a b} = b$  — основна      7.  $\log_a 1 = 0$   
тотожність

2.  $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$       8.  $\log_c b = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

3.  $n \log_a b = \log_a b^n$       9.  $\log_a b^n = \frac{n}{k} \log_a b$

4.  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$       10.  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

5.  $\log_a a = 1$       11.  $\log_{\sqrt[k]{a}} b = \log_a b$

6.  $\log_{\frac{1}{a}} a = \log_a \frac{1}{a} = -1$       12.  $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$

## XII. НЕРІВНОСТІ

$$1. \quad a^x > a^c \Leftrightarrow \begin{cases} x > c, \text{ якщо } a > 1, \\ x < c, \text{ якщо } 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$2. \quad \log_a x > \log_a c \Leftrightarrow \begin{cases} x > c, \text{ якщо } a > 1, \\ 0 < x < c, \text{ якщо } 0 < a < 1 \end{cases}$$

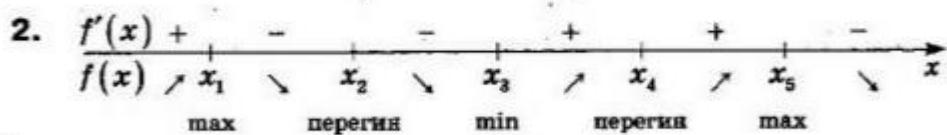
$$3. \quad \sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

$$4. \quad \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$$

## XIII. ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ

Для неперервної й диференційованої на ОДЗ функції  $y = f(x)$  справджаються такі твердження.

1. Корені рівняння  $f'(x) = 0$   $x_1, x_2, \dots, x_i$  є критичними точками функції  $f(x)$

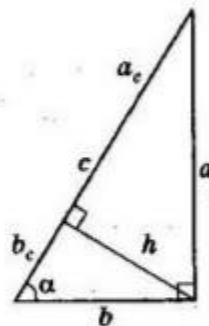


3. Якщо  $f''(a) > 0$ , то  $f(x)$  у точці  $x = a$  має мінімум, а якщо  $f''(b) < 0$ , то  $f(x)$  в точці  $x = b$  має максимум

## XIV. ТРИКУТНИКИ

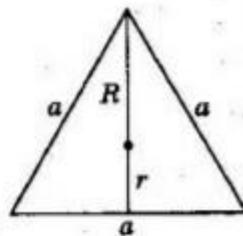
### A. Прямокутний трикутник

1.  $a^2 + b^2 = c^2$
2.  $a^2 = c \cdot a_c$
3.  $b^2 = c \cdot b_c$
4.  $h^2 = a_c \cdot b_c$
5.  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
6.  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
7.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$
8.  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$
9.  $R = \frac{c}{2}$
10.  $r = \frac{a+b-c}{2}$
11.  $S = \frac{ab}{2}$
12.  $S = \frac{ch}{2}$
13.  $h = \frac{ab}{c}$



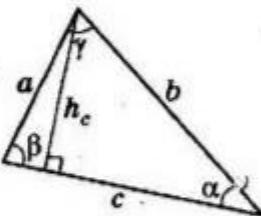
### B. Рівносторонній трикутник

1.  $h = R + r$
2.  $R = 2r$
3.  $a = R\sqrt{3}$
4.  $a = 2r\sqrt{3}$
5.  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
6.  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



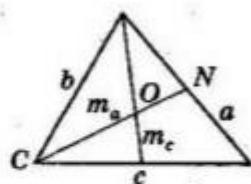
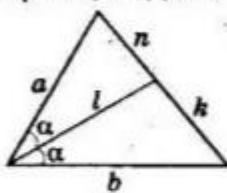
### C. Різнобічний трикутник

1.  $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}; S = \frac{bc \sin \alpha}{2}; S = \frac{ac \sin \beta}{2}$
2.  $S = \frac{c \cdot h_c}{2}$
3.  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)p}$ , де  $p = \frac{a+b+c}{2}$
4.  $S = \frac{abc}{4R}, R = \frac{abc}{4S}$
5.  $S = \frac{(a+b+c) \cdot r}{2}; r = \frac{S}{p}$



## XV. ТРИКУТНИКИ. КОЛО

### A. Бісектриса, медіана



$$1. \frac{a}{b} = \frac{n}{k}$$

$$4. \frac{CO}{ON} = \frac{2}{1}$$

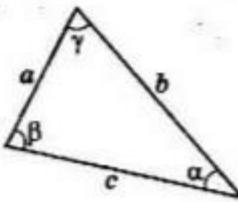
$$2. l^2 = ab - nk$$

$$3. l = \frac{2ab \cos \alpha}{a+b}$$

$$5. m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

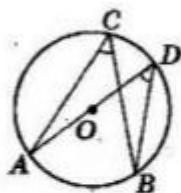
### B. Теореми синусів і косинусів

$$1. \text{Теорема синусів: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R, \\ a = 2R \sin \alpha$$

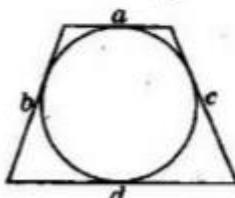


$$2. \text{Теорема косинусів: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, \\ \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

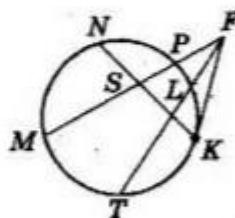
### C. Коло



$$1. \angle C = \angle D = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{\cup AB}{2}$$



$$2. a + d = b + c$$



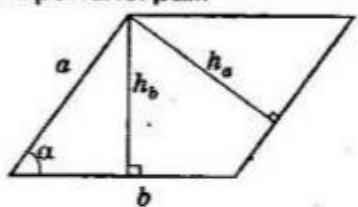
$$3. NS \cdot SK = PS \cdot MS$$

$$4. FK^2 = FP \cdot FM$$

$$5. FP \cdot FM = FL \cdot FT, \\ FK — \text{дотична}$$

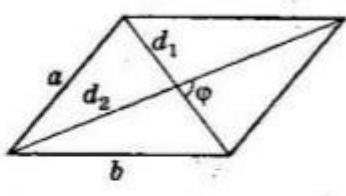
## XVI. ЧОТИРИКУТНИКИ

### A. Паралелограм



$$1. \quad S = bh_b; \quad S = ah_a$$

$$2. \quad S = ab \sin \alpha$$



$$3. \quad S = \frac{d_1 d_2 \sin \phi}{2}$$

$$4. \quad 2a^2 + 2b^2 = d_1^2 + d_2^2$$

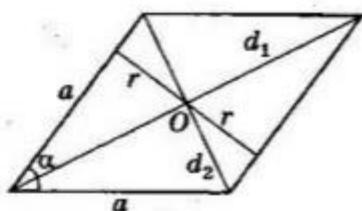
### B. Ромб

$$1. \quad S = ah; \quad S = 2ar \quad 4. \quad d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

$$2. \quad S = a^2 \sin \alpha$$

$$5. \quad r = \frac{d_1}{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2};$$

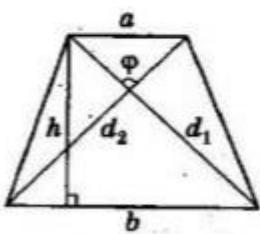
$$3. \quad S = \frac{d_1 d_2}{2}$$



### B. Трапеція

$$1. \quad S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$2. \quad S = \frac{d_1 d_2 \sin \phi}{2}$$

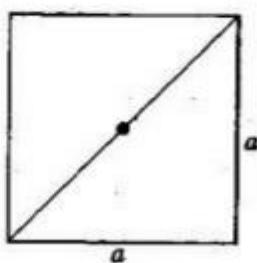


### Г. Квадрат

$$1. \quad d = a\sqrt{2}$$

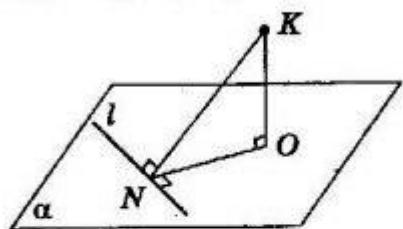
$$2. \quad R = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad r = \frac{a}{2}$$

$$3. \quad S = a^2 = \frac{d^2}{2}$$



## XVII. СТЕРЕОМЕТРІЯ

### 1. Теорема про три перпендикуляри



a)  $KO \perp \alpha$ ;  $NO \perp l$ ,

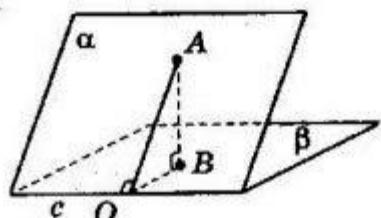
тоді  $KN \perp l$

або

b)  $KO \perp \alpha$ ;  $KN \perp l$ ,

тоді  $NO \perp l$

### 2. Кут між площинами

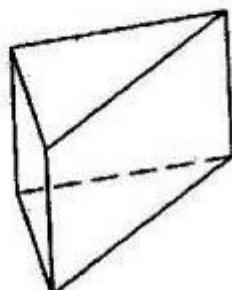


- a)  $AO \perp c$ ,  $BO \perp c$ , тоді кут  $AOB$  — лінійний кут двогранного кута; кут між площинами  $\alpha$  і  $\beta$  дорівнює куту  $AOB$ ;
- b)  $AB \perp \beta$ ,  $AB$  — відстань від точки  $A$  до площини  $\beta$

### 3. Призма

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

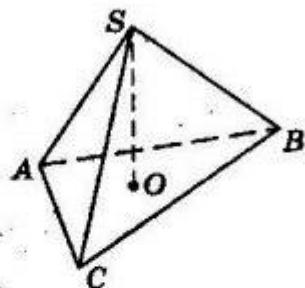
$$S = S_{\text{бічн}} + 2S_{\text{осн}}$$



### 4.. Піраміда

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S = S_{\text{бічн}} + S_{\text{осн}}$$



Зрізана піраміда

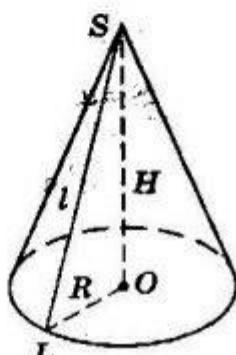
$$V = \frac{H}{3} (S_2 + \sqrt{S_2 S_1} + S_1)$$

### 5. Конус

$$S_{\text{бічн}} = \pi R l$$

$$S = \pi R l + \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$



Зрізаний конус

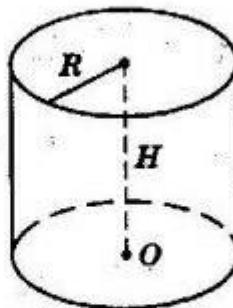
$$V = \frac{\pi H}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

### 6. Циліндр

$$S_{\text{бічн}} = 2\pi R H$$

$$S = 2\pi R H + 2\pi R^2$$

$$V = \pi R^2 H$$



### 7. Куля

$$S = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

